



# Exploitation Optimale d'une Ressource Renouvelable Forestière Soumise à un Environnement Stochastique

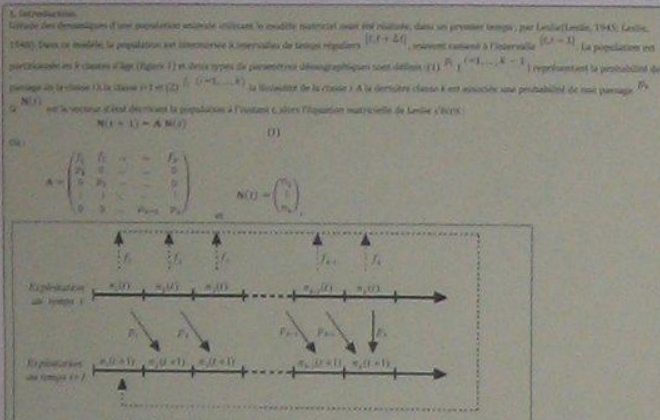
Mahdjoub<sup>a,\*</sup>, T. Ouaddah<sup>a</sup>, E. Hakem<sup>a</sup>, A.

<sup>a</sup>Université Abou-Bekr Belkaïd, Tlemcen, B.P. 119, Tlemcen, Algérie.

## Résumé

Dans le but d'une gestion optimale et durable des ressources renouvelables forestières, une variante du modèle matriciel d'Usher (Usher, 1966)<sup>[1]</sup> est proposée. Outre les paramètres démographiques de survie et de répartition, le modèle intègre le taux d'accroissement de la population et le taux d'exploitation. Dans le cas d'un environnement constant, lorsque la population atteint un équilibre, le taux d'exploitation augmente avec le taux d'accroissement. Dans le cas d'un environnement stochastique, les simulations montrent que le taux d'exploitation optimal ne correspond pas nécessairement à la plus grande valeur du taux d'accroissement.

**Mots clés :** Modèle matriciel, taux d'accroissement, exploitation, environnement stochastique.



Par la suite, Lefkovich (Lefkovich, 1965) introduit globalement le modèle à des populations d'individus. Les classes d'âge sont représentées par les quatre stades de développement, et dans ce cas, copie et adage.

Discretisation du modèle de Leslie sur population structurée par échantillonnage dans une tranche d'Usher (Usher, 1966, Usher, 1967, Usher, 1969a, Usher, 1969b, Usher, 1971), Usher and Williamson, 1970). Les arbres sont classés par ordre de grandeur de leur circonférence. Des figures globales, les caractéristiques sont liées au moment de l'exploitation forestière. Le délai de temps entre deux récoltes successives dépend de la rapidité de la croissance des individus (à ne pas faire passer en revue).

2. Le modèle.

L'exploitation du modèle de Leslie sur population structurée est essentiellement due aux travaux d'Usher (Usher, 1966, Usher, 1967, Usher, 1969a, Usher, 1969b, Usher, 1971), Usher and Williamson, 1970). Les arbres sont classés par ordre de grandeur de leur circonférence. Des figures globales, les caractéristiques sont liées au moment de l'exploitation forestière. Le délai de temps entre deux récoltes successives dépend de la rapidité de la croissance des individus (à ne pas faire passer en revue).

1. Harvir dans la classe i avec une probabilité  $P_i(t)$ .
2. passer à la classe supérieure i+1 avec une probabilité  $P_{i+1}(t)$ .
3. mourir (couper) et réintégrer une régénération avec un taux  $F_i(t)$ .

Les hypothèses sont les suivantes :

- Les arbres sont classés par ordre de grandeur de leur circonférence.
- Les arbres sont classés par ordre de grandeur de leur circonférence.
- Les arbres sont classés par ordre de grandeur de leur circonférence.



Après une exploitation identique à toutes les classes de la population le modèle matriciel s'écrit :

$$N(t+1) = \begin{pmatrix} F_1(t) & F_2(t) & \dots & F_K(t) \\ P_1(t) & P_2(t) & \dots & P_{K-1}(t) \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & P_K(t) \end{pmatrix} N(t) \quad (2)$$

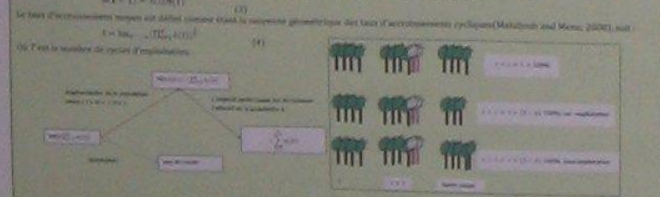
Il existe peut-être plusieurs points de vue d'accroissement cyclique de la population dans l'ensemble de temps  $[L, L+1]$  avec :

$$N(t+1) = A(t) \cdot N(t) \quad (3)$$

Le taux d'accroissement moyen est défini comme étant la moyenne géométrique des taux d'accroissement cycliques (Mahdjoub and Menni, 2000), soit :

$$\lambda = \lim_{t \rightarrow \infty} \sqrt[t]{\lambda_t} \quad (4)$$

où  $\lambda$  est le nombre de cycles d'exploitation.



Rechercher : dans l'ensemble des cycles d'exploitation, le nombre d'individus ne peut pas dépasser  $N^*$ . Par la suite, dans l'ensemble des cycles d'exploitation, le nombre d'individus ne peut pas dépasser  $N^*$ . Par la suite, dans l'ensemble des cycles d'exploitation, le nombre d'individus ne peut pas dépasser  $N^*$ .

Usher (Usher, 1966) donne les relations entre les équations (1) et (2) l'équation suivante d'équilibre  $N^*$  que l'on écrit :

$$N^* = \frac{1}{\lambda} \left( \frac{F_1}{P_1} + \frac{F_2}{P_1 P_2} + \dots + \frac{F_K}{P_1 P_2 \dots P_{K-1}} \right) \quad (5)$$

On obtient (5) en le résultat précédent de cette façon car elle nous permet de calculer le taux d'accroissement cyclique  $\lambda(t)$  en fonction de  $N$  par conséquent en fonction du taux d'exploitation. Il est donc de la forme d'un environnement constant ou dans le cas d'un environnement stochastique que nous détaillerons plus tard.

7. Bibliographie

Box, G.E.P. and Muller, M.E., 1958. A Note on the Generation of Random Normal Deviates. Ann. Math. Stat. 29, 659-661.

Lefkovich, L.F., 1965. The study of population growth in organisms grouped by stages. Biometrics 21, 1-18.

Leslie, P.H., 1945. On the use of matrices in certain population mathematics. Biometrika 33, 183-212.

Leslie, P.H., 1946. Some further notes on the use of matrices in population mathematics. Biometrika 35, 213-245.

Mahdjoub, T. and Menni, F., 2000. Prolonged diapause: a trait increasing invasion speed? Journal of Theoretical Biology 251, 511-516.

Marsaglia, G. and Tsang, W.W., 2000. A simple method for generating gaussian variables. ACM Transactions on Mathematical Software 26, 363-372.

Matsuura, M. and Nishimura, T., 1996. Monte Carlo Simulation: A 2-Dimensionally Exponential Uniform Pseudo-Random Number Generator. ACM Transactions on Modeling and Computer Simulation 6, 3-29.

Talajparuk, S.D., 1997. Stochastic matrix models. S.D. Talajparuk and H.G. Caswell eds. Structured-population models in marine, terrestrial and freshwater systems. Chapman and Hall, New York, 59-82.

Usher, M.B., 1966. A matrix approach to the management of renewable resources, with special reference to selective forestry. J. Appl. Ecol. 3, 355-367.

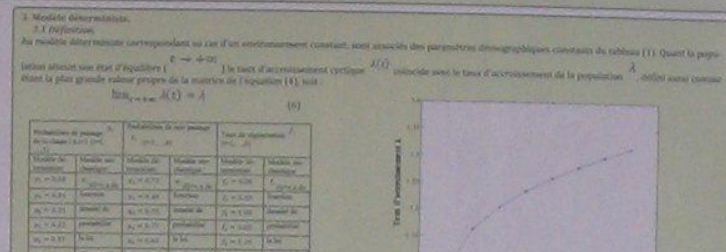
Usher, M.B., 1967/68. A structure for selective forestry. Sylva 47, 6-8.

Usher, M.B., 1969a. A matrix model for forest management. Biometrics 25, 309-315.

Usher, M.B., 1969b. A matrix approach to the management of renewable resources, with special reference to selective forest tree extensions. J. Appl. Ecol. 6, 347-349.

Usher, M.B., 1971. Developments in the Leslie matrix model. In: Jellies, J.R. (Ed.). Mathematical Models in Ecology. Symposium of the British Ecological Society.

Usher, M.B. and Williamson, M.H., 1970. A deterministic matrix model for handling the birth, death and migration processes of spatially distributed populations. Biometrics 26, 3-12.



3.2 Exploitation et équilibre.

Enfin, l'impact de la valeur de  $\lambda$  comme solution de l'équation (1) sur les données de l'exploitation (Usher, 1966) en fonction des variations de la fonction  $\lambda(t)$  sera vu au chapitre 4.

3.3 Existence et convergence de la méthode de Newton-Raphson.

La convergence de la méthode itérative de Newton-Raphson, basée sur le calcul des itérations  $F_{i+1} = F_i - \frac{F_i}{F_i'}$  dépend en partie du choix de la valeur initiale  $F_0$  dans le cas où  $F_0 > 1$ . Si la méthode diverge, un autre choix de la condition initiale sera nécessaire. La valeur numérique de  $\lambda$  sera calculée à 10<sup>-6</sup> près. Les variations du taux d'accroissement  $\lambda$  en fonction du taux d'exploitation  $t$  dans le cas du modèle déterministe sont représentées dans la Figure 2.

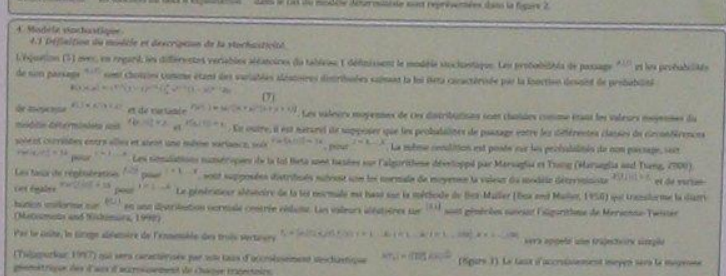
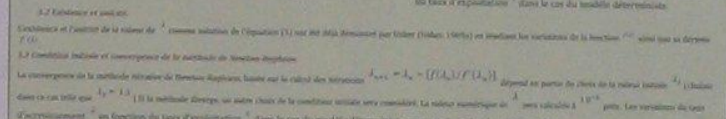
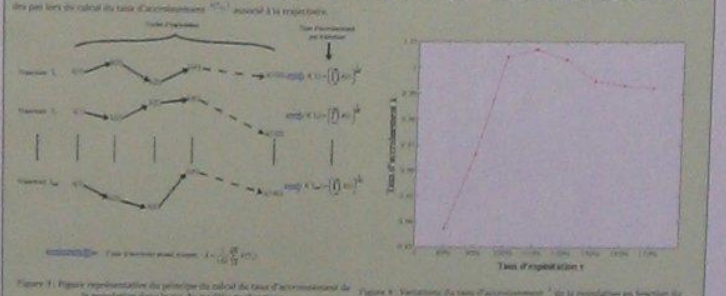


Figure 3 : Figure représentative du principe du calcul du taux d'accroissement de la population dans le cas du modèle stochastique.



4. Conclusion.

Une simulation montre que dans le cas déterministe, on a besoin d'un taux d'accroissement de plus en plus grand pour pouvoir exploiter une forêt à des taux de plus en plus élevés, alors que dans le cas stochastique, cela n'est pas le cas. Un taux d'exploitation variant de 0,05% à 1,5% et un taux d'exploitation de 0,05% à 1,5% de croissance de la forêt ne sont pas suffisants pour assurer la survie de la forêt à long terme. Le modèle montre aussi qu'il est plus intéressant d'exploiter une forêt par étapes que d'exploiter l'ensemble d'une forêt.

Talajparuk, S.D., 1997. Stochastic matrix models. S.D. Talajparuk and H.G. Caswell eds. Structured-population models in marine, terrestrial and freshwater systems. Chapman and Hall, New York, 59-82.

Usher, M.B., 1966. A matrix approach to the management of renewable resources, with special reference to selective forestry. J. Appl. Ecol. 3, 355-367.

Usher, M.B., 1967/68. A structure for selective forestry. Sylva 47, 6-8.

Usher, M.B., 1969a. A matrix model for forest management. Biometrics 25, 309-315.

Usher, M.B., 1969b. A matrix approach to the management of renewable resources, with special reference to selective forest tree extensions. J. Appl. Ecol. 6, 347-349.

Usher, M.B., 1971. Developments in the Leslie matrix model. In: Jellies, J.R. (Ed.). Mathematical Models in Ecology. Symposium of the British Ecological Society.

Usher, M.B. and Williamson, M.H., 1970. A deterministic matrix model for handling the birth, death and migration processes of spatially distributed populations. Biometrics 26, 3-12.